

# HENRY

Hydraulic Engineering Repository

Ein Service der Bundesanstalt für Wasserbau

---

Conference Paper, Published Version

**Zanke, Ulrich**

## **Zum Einfluss der Turbulenz auf den Bewegungsbeginn**

---

Verfügbar unter/Available at: <https://hdl.handle.net/20.500.11970/102168>

Vorgeschlagene Zitierweise/Suggested citation:

Zanke, Ulrich (2004): Zum Einfluss der Turbulenz auf den Bewegungsbeginn. In:  
Bundesanstalt für Wasserbau (Hg.): Boden- und Sohl-Stabilität - Betrachtungen an der  
Schnittstelle zwischen Geotechnik und Wasserbau  
Soil and Bed Stability - Interaction Effects between Geotechnics and Hydraulic Engineering.  
Karlsruhe: Bundesanstalt für Wasserbau.

### **Standardnutzungsbedingungen/Terms of Use:**

Die Dokumente in HENRY stehen unter der Creative Commons Lizenz CC BY 4.0, sofern keine abweichenden Nutzungsbedingungen getroffen wurden. Damit ist sowohl die kommerzielle Nutzung als auch das Teilen, die Weiterbearbeitung und Speicherung erlaubt. Das Verwenden und das Bearbeiten stehen unter der Bedingung der Namensnennung. Im Einzelfall kann eine restriktivere Lizenz gelten; dann gelten abweichend von den obigen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Documents in HENRY are made available under the Creative Commons License CC BY 4.0, if no other license is applicable. Under CC BY 4.0 commercial use and sharing, remixing, transforming, and building upon the material of the work is permitted. In some cases a different, more restrictive license may apply; if applicable the terms of the restrictive license will be binding.



### 3 Zum Einfluss der Turbulenz auf den Bewegungsbeginn

#### *On the Influence of Turbulence on the Initiation of Sediment Motion*

**U.C.E. Zanke**

*Technische Universität Darmstadt, Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft, Darmstadt, Germany*  
Technical University Darmstadt, Institute of Hydraulic Engineering, Darmstadt, Germany

**KURZFASSUNG:** Zur Initialisierung der Sedimentbewegung wird eine Theorie entwickelt, die voraussetzt, daß die kritische Schubspannung  $\tau_c$ , die für den Bewegungsbeginn bei nichtturbulenter Strömung verantwortlich ist, nur durch den Reibungswinkel  $\varphi$  oder den Winkel der inneren Reibung  $\varphi'$  zwischen den einzelnen Körnern definiert wird. In der turbulenten Strömung treten die Fluktuationen  $\tau'$  sowohl in den Schubspannungen, als auch in den Liftkräften auf, die aus den Druckfluktuationen der Strömung resultieren. Folglich sind einerseits die zwischen den Körnern wirkenden aktuellen (effektiven) kritischen Schubspannungen  $\tau + \tau'$  größer als die mittlere Schubspannung  $\tau$ , andererseits wird das effektive Gewicht der Körner reduziert: die Körner werden effektiv leichter. Auf der Grundlage der präsentierten analytischen Formulierung kann der Beginn des Sedimenttransports allein durch den Winkel der inneren Reibung zwischen den Körnern und durch die Turbulenzparameter beschrieben werden.

**ABSTRACT:** For the initiation of sediment motion a theory is developed, which presupposes that the critical shear stress  $\tau_c$  responsible for inducing motion in non-turbulent flow is solely defined by the angle of internal friction  $\varphi$  or the angle of repose  $\varphi'$  of single grains. In turbulent flow, fluctuations  $\tau'$  in the shear stress as well as lift forces reproduced by these fluctuations also occur. Owing to this, the actual (effective) critical shear stress  $\tau + \tau'$  acting on the grain is larger than the average stress  $\tau$  on the one hand, and on the other hand, the effective weight of the grains is reduced: they become effectively lighter. On the basis of the presented analytical formulation the initiation of sediment motion may be described solely by the angle of repose on the grains and turbulence parameters.

## 1.1 Einführung

Sohlen und Ufer fließender Gewässer bestehen überwiegend aus beweglichen Sedimenten. Dieses Material wird je nach Strömungsgeschwindigkeit am Boden entlang bewegt (Geschiebetransport, bedload transport), oder auch aufgewirbelt und dann suspendiert mit dem Wasserkörper verfrachtet (Suspensionstransport, suspended load transport). Eine wesentliche Größe für beide Transportarten ist der kritische Strömungszustand, unterhalb dessen kein Sediment bewegt wird. Dieser kritische Zustand kann durch verschiedene Strömungsparameter ausgedrückt werden, die gegenseitig ineinander umrechenbar sind:

- die kritische Geschwindigkeit  $u_{cr}$ ,
- die kritische Schubspannung  $\tau_{cr}$ ,
- die kritische Schubspannungsgeschwindigkeit  $u^*_{cr}$ ,

sowie im Binnenbereich bei Normalabfluß

- das kritische Gefälle  $I_{cr}$ ,
- den kritischen Wasserstand  $h_{cr}$  oder
- den kritischen Abfluß  $Q_{cr}$ .

Wegen der Bedeutung des Bewegungsbeginns ist dieses Problem schon früh aufgegriffen worden. /Hjulström 1935/ veröffentlichte ein Diagramm, in dem ein Kurvenband mit Meßwerten aus Flüssen die Bereiche „Ruhe“ und „Bewegung“ voneinander trennte. Das Diagramm lieferte tiefengemittelte kritische Geschwindigkeiten  $u_{cr}$  in Abhängigkeit von der Korngröße und war damit leicht handhabbar, so daß es auch heute noch als erste Näherung guten Nutzen leistet. Nachteilig am Hjulström-Diagramm ist allerdings, daß es nur für Sedimente mit der Dichte von Quarzsand und Wasser als Fluid gilt und sich nicht direkt auf die eigentlich maßgebenden Geschwindigkeiten am Korn bezieht, sondern nur indirekt auf die tiefengemittelte Geschwindigkeit. Die Relation zwischen mittlerer Geschwindigkeit und Geschwindigkeit am Korn ist aber mit der Rauheit (Korngröße) und der Wassertiefe variabel. Daher gilt die Hjulström-Kurve nur für einen begrenzten Bereich von Wassertiefen.

Diese Nachteile beinhaltet das von /Shields 1936/ veröffentlichte Diagramm nicht: Shields Kurve gibt die dimensionslose kritische Schubspannung  $\tau_{cr}^*$  in Abhängigkeit von der Korn-Reynoldszahl  $Re^*$  an. Die  $Re^*$ -Zahl kann auch als dimensionslose Rauheitshöhe aufgefaßt werden, denn

$$Re^* = \frac{u^* d}{\nu} = d \frac{u^*}{\nu} = k_s \frac{u^*}{\nu} = k_s^+ \quad (3-1)$$

mit  $k_s = n \cdot d$  und  $n=1$ .

Damit sind nicht nur alle beteiligten Materialkenngrößen von Sediment und Flüssigkeit enthalten, sondern auch noch die Grenzschichtinflüsse. Überdies ist mit der Angabe einer kritischen Schubspannung das Problem des variablen Verhältnisses der Ge-

schwindigkeit am Korn zur mittleren Geschwindigkeit ausgeblendet. Zwar sind die kritischen Werte aus der ursprünglichen Shields-Kurve nur iterativ entnehmbar, jedoch läßt sich das Diagramm umformulieren und mit einem dimensionslosen Korndurchmesser  $D^*$  als unabhängige Variable darstellen. Dann kann man dem Shields-Diagramm die kritischen Bedingungen auch direkt entnehmen.

Später kamen Darstellungen der gleichen Meßdaten in weiteren Koordinatensystemen hinzu, die jedoch keinen substantiellen Fortschritt erbrachten. Alle Lösungen blieben empirisch.

Bis in die heutige Zeit fehlten eine analytische Lösung und eine Erklärung für die Form der Shields-Kurve. Außerdem war der Einfluß der Turbulenz ungeklärt. Der Beitrag in diesem Heft widmet sich genau diesen Fragestellungen: den mechanischen Zusammenhängen und der Turbulenz. Vom Verfasser wurden hierzu kürzlich die Beträge /Zanke 2001/ und /Zanke 2003/ veröffentlicht, auf die für Einzelheiten verwiesen wird.

Nachfolgend werden die Folien dieses Vortrages wiedergegeben, anhand derer der Einfluß der Turbulenz auf den Bewegungsbeginn erläutert wird: Zunächst wird gezeigt, daß der kritische Shields-Wert  $\tau^*$  für den (fiktiven) Fall einer turbulenzfreien Strömung allein durch den Winkel der inneren Reibung bestimmt wird. In der Realität ist die Strömung in Gewässern turbulent. Durch die Turbulenz wirken Kraftspitzen in Strömungsrichtung auf die Sohle und es treten weiterhin Liftkräfte auf, als deren Folge die Sedimente leichter wirken. Beide Effekte setzen die kritische Schubspannung herab. Mit einer Formulierung der Schubspannungsspitzen und der Liftkräfte läßt sich dann eine analytische Lösung aufstellen, die die Meßwerte zum Bewegungsbeginn gut erfüllt. Als „Nebenprodukt“ liefert die Lösung noch Informationen über den Einfluß der relativen Rauheit (Wassertiefe / Korngröße) und des Winkels der inneren Reibung der Sedimente auf den Bewegungsbeginn. Weiterhin wird gezeigt, daß die Lösung anstelle für den globalen Reibungswinkel (bei vollständig rolligem Material = Schüttwinkel) auch für individuelle Körner mit einem individuellen Kornlagewinkel anwendbar ist.

Die geometrischen Lagebedingungen betreffend, waren die vorstehenden Lösungen zweidimensionale Betrachtungen. Von /Luckner 2002/ ist diese Lösung für den Beginn der Bewegung auf der Grundlage einer dreidimensionalen Kornlagerung erweitert worden.

Das Ergebnis ist im Endeffekt dem 2d-Ergebnis sehr ähnlich. Lediglich die Parameter des maßgebenden Kornlagewinkels und der maßgebenden Turbulenzintensität haben etwas andere Zahlenwerte. Das ist mit der Möglichkeit dreidimensional gelagerter Körner begründet, auch leicht schräg zur Strömung durch eine Mulde zwischen zwei Körnern in Bewegung gesetzt werden zu können, während das Korn bei

einer 2d-Betrachtung immer über das unterstrom gelegene Korn gehiebt werden muß.

## **1.2 Literatur**

*Hjulström, F. 1935*

Studies of the Morphological Activity of Rivers as Illustrated by the River Fyris. Bulletin of the Geological Institute of the University of Uppsala

*Luckner, Th. 2002*

Zum Bewegungsbeginn von Sedimenten, Mitteilungen des Instituts für Wasserbau und Wasserwirtschaft der TU Darmstadt, Heft 124

*Shields, A. 1936*

Anwendung der Ähnlichkeitsmechanik und der Turbulenzforschung auf die Geschiebebewegung, Mitteilungen der Preußischen Versuchsanstalt für Wasser-, Erd- und Schiffbau, Heft 26, Berlin

*Zanke, U. 2001*

Zum Einfluß der Turbulenz auf den Beginn der Sedimentbewegung, Mitteilungen des Instituts für Wasserbau und Wasserwirtschaft der TU Darmstadt, Heft 120

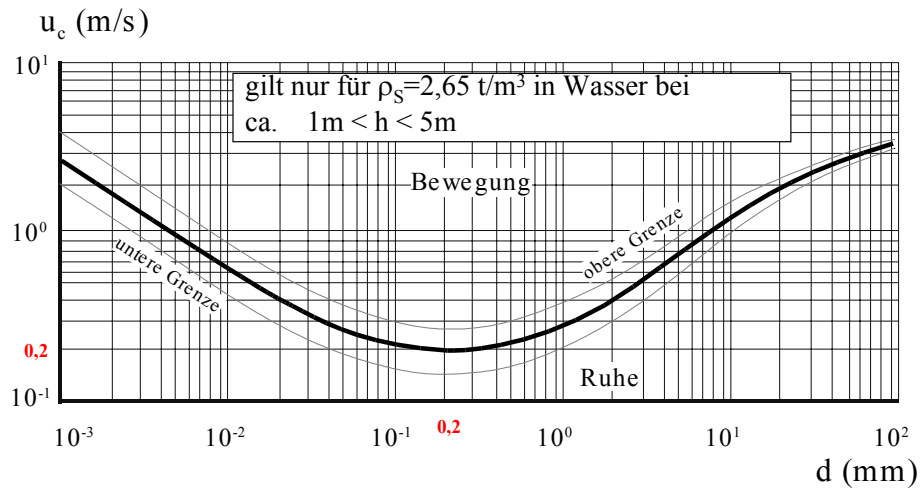
*Zanke, U. 2003*

On the Influence of Turbulence on the Initiation of Sediment Motion, IRTCES International Journal of Sediment Research, Vol. 18, No. 1, Peking, China

### 1.3 Vortragsfolien 1 – 44:

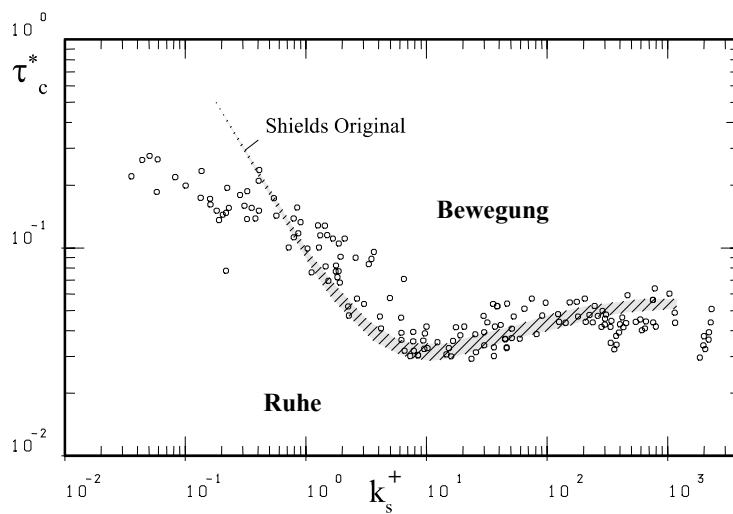
#### Zum Einfluss der Turbulenz auf den Bewegungsbeginn

##### Bewegungsbeginn nach HJULSTRÖM, 1935



1

##### Bewegungsbeginn nach SHIELDS, 1936



$$\tau^* = \frac{\tau}{(\rho_s - \rho)gd}$$

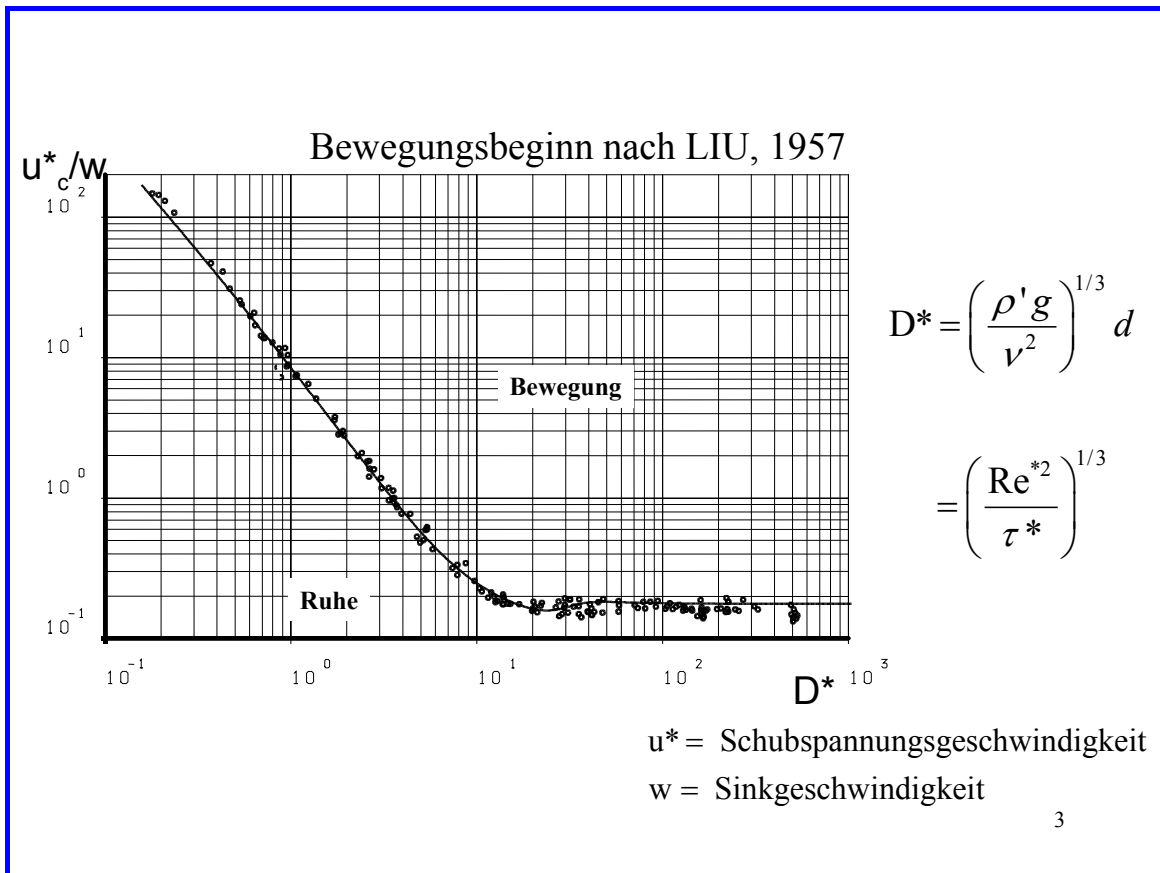
$$= \frac{u^{*2}}{\rho'gd}$$

mit  $\tau = u^{*2}\rho$   
und  $\rho' = (\rho_s - \rho) / \rho$

$$k_s^+ = \frac{u^* k_s}{\nu} = \text{Re}^*$$

mit  $k_s = d$

2



Diese und weitere empirische Lösungen sind  
**auf mittlere Strömungsgrößen**

bezogen und berücksichtigen die Turbulenz nur implizit.

Die Kurvenverläufe sind des weiteren nur durch Daten, aber  
nicht durch analytisch begründete Funktionen abgedeckt.

**Vorschlag**  
**für eine analytische Lösung des Problems**  
**mit Berücksichtigung der Turbulenz**

5

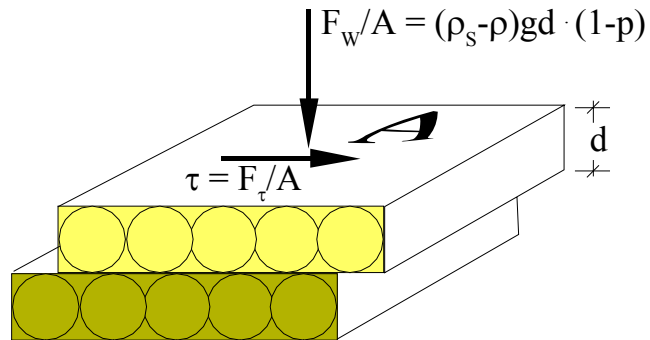
**Bewegungsbeginn in turbulenzfreier Strömung**

6

Die von Shields eingeführte dimensionslose kritische Schubspannung  $\tau^*$  drückt das Verhältnis zwischen den kritischen Schubkräften parallel zur Sohle und der Auflast aus der obersten Sohlschicht aus:

$$\tau^* = \frac{\tau}{(\rho_s - \rho)gd}$$

$$= \frac{F_\tau / A}{F_w / A / (1 - p)}$$



Mit  $p \approx 30\%$  Hohlraumgehalt wird

$$\tau_c^* = 0,7 \frac{F_{\tau,c}}{F_w}$$

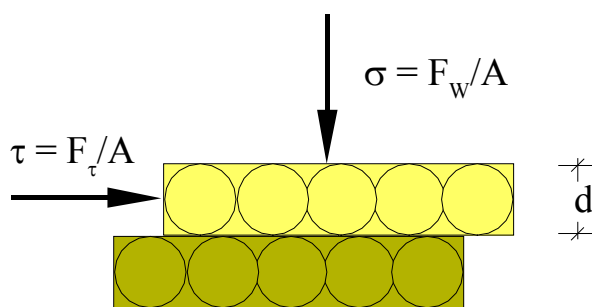
7

Der Zusammenhang zwischen Auflast und erforderlicher Schubspannung zum Abscheren lässt sich durch den Winkel der inneren Reibung  $\varphi$  ausdrücken.

$$\tau_c = \sigma \cdot \tan \varphi + c$$

ohne Kohäsion ist  $c=0$  und mithin

$$\tan \varphi = \frac{\tau_c}{\sigma} = \frac{F_{\tau,c}}{F_w}$$



mit  $\varphi$  = Winkel der inneren Reibung des Sediments  
 = Schüttwinkel bei vollständig rolligem Material  
 $F_\tau$  = Schubkraft,  $F_w$  = Gewichtskraft.

8



Damit folgt also

$$\tau_c^* = \frac{\tau_c}{(\rho_s - \rho)gd} = 0,7 \frac{F_{\tau,c}}{F_W} \quad \tan \varphi$$

und es ergibt sich der kritische Wert von  $\tau^*$  in turbulenzfreier Strömung zu

$$\tau_c^* = 0,7 \cdot \tan \varphi$$

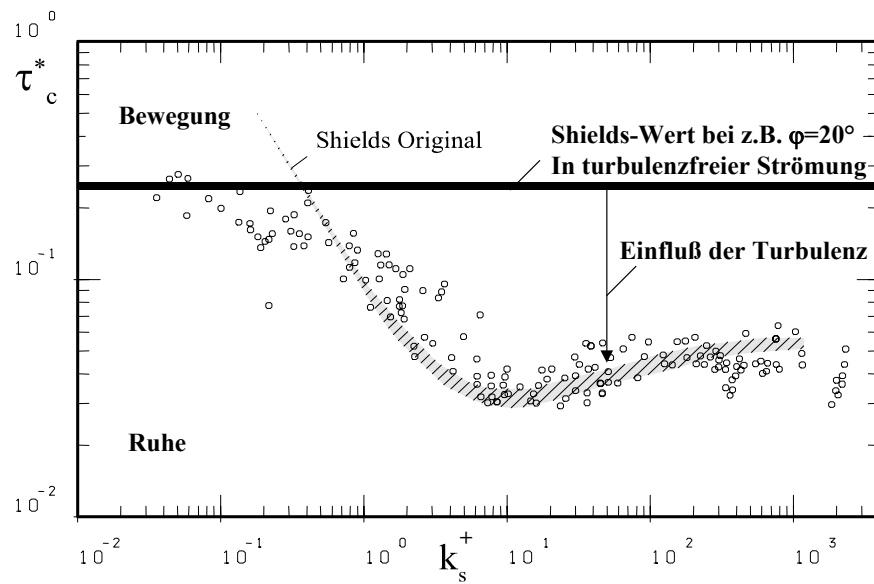
turbulenzfreie  
Strömung

9

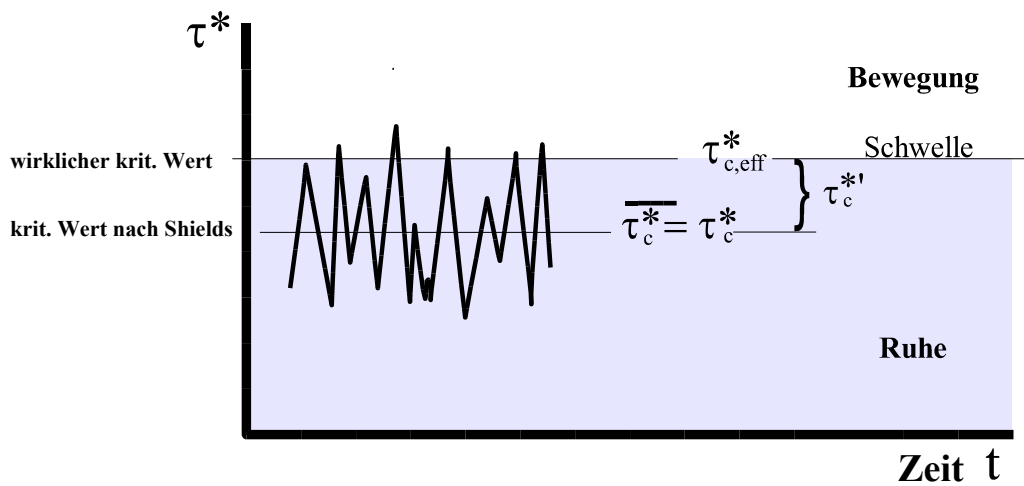
## Bewegungsbeginn in turbulenter Strömung

10

## Shields-Wert bei turbulenzfreier Strömung

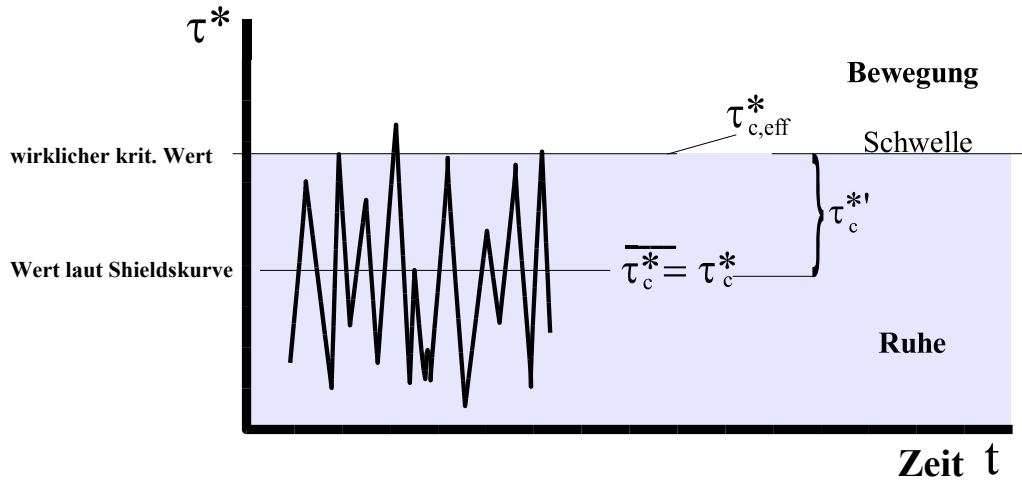


11



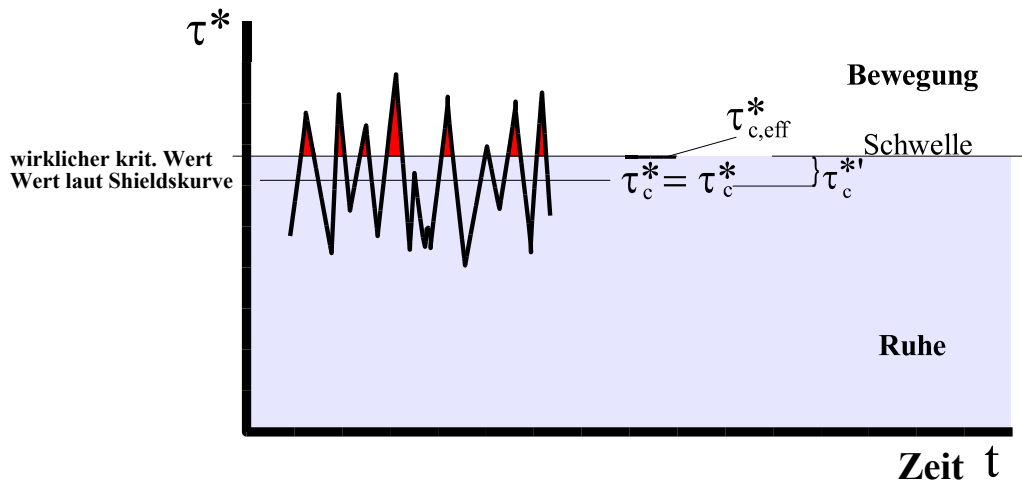
12

Je stärker der Turbulenzgrad,  
desto geringer ist der kritische Shields-Wert



13

Je höher der Mittelwert von  $\tau^*$ ,  
desto größer ist die Wahrscheinlichkeit, daß sich Körner bewegen

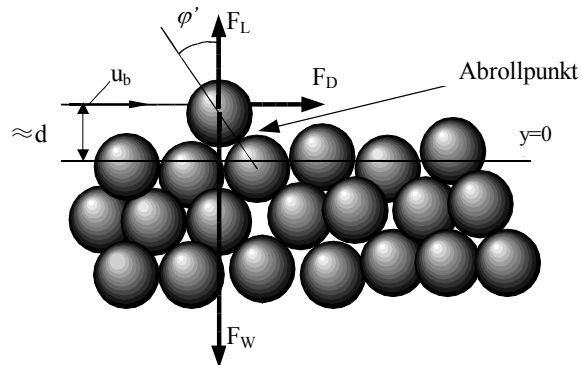


14

## Wirkung der Turbulenz auf den Bewegungsbeginn

Turbulenz setzt die *mittlere* kritische Schubspannung auf zwei Weisen herab:

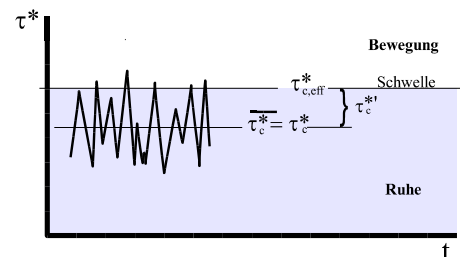
- Durch positive Werte von  $u'$  und mithin momentan erhöhte Schubspannungen  $\tau + \tau'$  sowie
- 2. durch eine Verminderung des wirksamen Gewichts infolge von Liftkräften



15

- **Wirkung von Fluktuationen  $u'$**

$$\tau_c^* + \tau_c^{*'} = \tau_{c,eff}^*$$



ergibt umgeformt

$$1 + \frac{\tau_c^{*'}}{\tau_c^*} = \frac{\tau_{c,eff}^*}{\tau_c^*} \Rightarrow \tau_c^* = \frac{\tau_{c,eff}^*}{1 + \frac{\tau_c^{*'}}{\tau_c^*}}$$

$$\tau_c^* = \frac{0,7 \tan \varphi}{1 + \left( \frac{u_c'}{u_c} \right)_b^2}$$

Bewegungsbeginn  
unter Einfluß von  $u'$

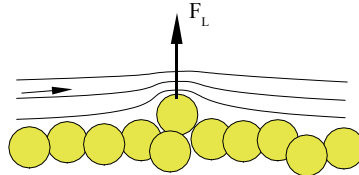
(„b“ = am Boden)

16

## 2. Wirkung von Liftkräften $F_L$

Zu unterscheiden sind zwei Arten von Liftkräften:

- Dynamische Liftkräfte infolge von Stromlinienkrümmung (Tragflügeleffekt, auch ohne Turbulenz vorhanden)



- Liftkräfte infolge von turbulenzbedingten Druckschwankungen an der Sohle

17

Wirkung von turbulenzbedingten Liftkräften  $F_L$

Durch eine Verminderung des effektiven Gewichtes auf

$$F_{W,eff} = F_W - F_L$$

sind geringere Schubkräfte  $F_\tau$  zum Bewegungsbeginn erforderlich:

$$\frac{F_{\tau,c\_mitLift}}{F_{\tau,c\_ohneLift}} = \frac{F_{W,eff}}{F_W} = \frac{F_W - F_L}{F_W} = \boxed{1 - \frac{F_L}{F_W} = \frac{\tau_{c,mitLift}^*}{\tau_{c,ohneLift}^*}}$$

$$\tau_{c,mitLift}^* = \underbrace{0,7 \tan \varphi}_{\tau_c^* \text{ ohne Turb.}} \cdot \left( 1 - \frac{F_L}{F_W} \right)$$

18

Wirkung von turbulenzbedingten Liftkräften  $F_L$ 

ergibt erweitert mit  $F_{\tau,c}$

$$\tau_c^* = 0,7 \tan \varphi \cdot \left( 1 - \underbrace{\frac{F_L}{F_{\tau,c}}}_{\frac{\sigma_L}{\tau}} \cdot \underbrace{\frac{F_{\tau,c}}{F_W}}_{\tan \varphi = \tau_c^* / 0,7} \right)$$

und läßt sich weiter umformen zu

$$\tau_c^* = \frac{0,7 \tan \varphi}{\left( 1 + \frac{\sigma_L}{\tau} \tan \varphi \right)}$$

Bewegungsbeginn  
unter Einfluß von  
turbulenzbedingten  
Liftkräften

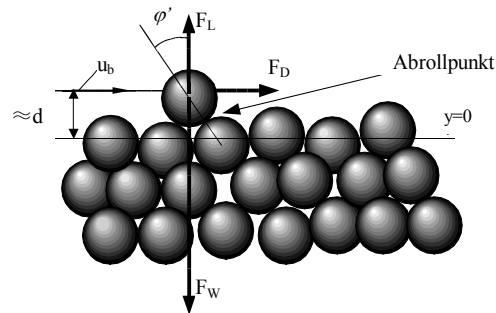
19

### 3. Kombinierte Wirkung von turbulenzbedingten Schubspannungsspitzen $\tau'$ und Liftkräften $F_L$

$$\tau_{c,eff}^* = \frac{0,7 \tan \varphi}{\left( 1 + \frac{u'_b}{u_b} \right)^2 \cdot \left( 1 + \frac{\sigma_L}{\tau} \tan \varphi \right)}$$

20

### 3a Bedingungen für Einzelkörner



Auf der Grundlage eines Momentenansatzes für das Einzelkorn erhält man eine im Grundsatz gleiche Lösung. Lediglich tritt an die Stelle des Reibungswinkels  $\varphi$  nun der individuelle Lagewinkel  $\varphi'$  und der Faktor 0,7 ändert sich geringfügig. An die Stelle der Schubkraft  $F_\tau$  tritt die Druckkraft  $F_D$ .

21

#### 4. Ansatz für $u'_b/u_b$

$$\tau_{c,eff}^* = \frac{0,7 \tan \varphi}{\left(1 + \frac{u'_b}{u_b}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{\sigma_L}{\tau} \tan \varphi\right)}$$

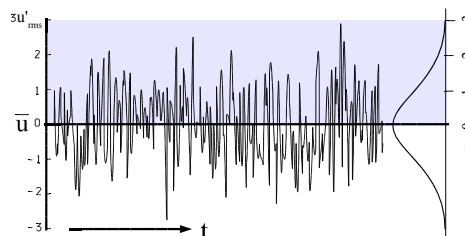
$$\frac{u'_b}{u_b} = \frac{u'_b}{u^*}$$

nachfolgender Ansatz

log. Geschwindigkeitsprofil

#### 4.1 Ansatz für $u'/u^*$

$$u'_{c,b} = n \cdot u'_{rms,b}$$



22

#### 4.1.1 Ansatz für $u'_{rms,b}/u^*$

$$\frac{u'_b}{u_b} = \frac{\frac{u'_b}{u^*}}{\frac{u_b}{u^*}} = \frac{\frac{n \cdot u'_{rms,b}}{u^*}}{\frac{u_b}{u^*}}$$

$u'_{rms,b}/u^*$  wird als Funktion von  $u^*k_s/\nu = k_s^+ = Re^*$  benötigt, da  $k_s^+$  die unabhängige Variable der Shields-Kurve ist.

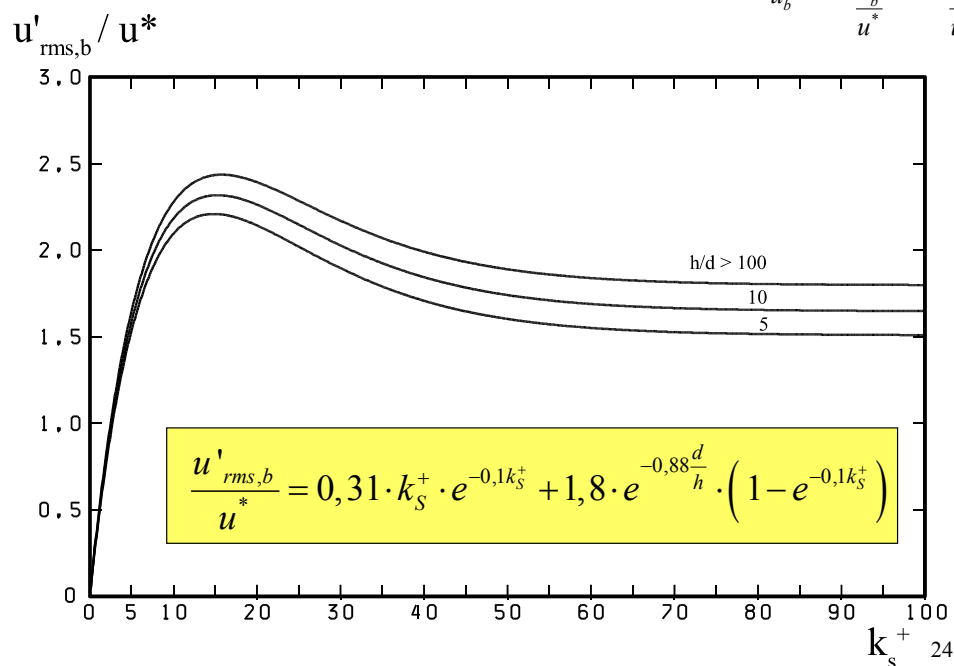
Aus Daten von Grass und Nezu (Nezu/Nakagawa, 1993) für  $u'_{rms}/u^* = f(y^+)$  läßt sich dieser Zusammenhang herausinterpolieren und parametrisieren:

$$\frac{u'_{rms,b}}{u^*} = 0,31 \cdot k_s^+ \cdot e^{-0,1k_s^+} + 1,8 \cdot e^{-0,88 \frac{d}{h}} \cdot (1 - e^{-0,1k_s^+})$$

23

Ansatz für  $u'_{rms,b}/u^*$ 

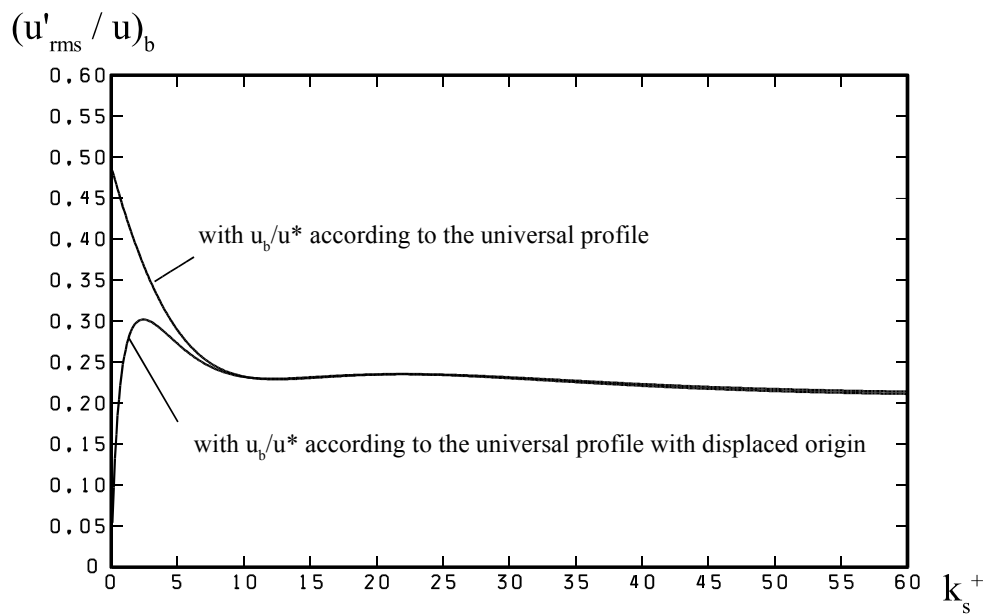
$$\frac{u'_b}{u_b} = \frac{\frac{u'_b}{u^*}}{\frac{u_b}{u^*}} = \frac{\frac{n \cdot u'_{rms,b}}{u^*}}{\frac{u_b}{u^*}}$$





Ansatz für  $u'_{rms}/u'$

### Ergebnis nach Berücksichtigung des log. Profils



25

### 5. Ansatz für $\sigma_L/\tau$

$$\tau_{c,eff}^* = \frac{0,7 \tan \varphi}{\left(1 + \frac{u'_b}{u_b}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{\sigma_L}{\tau} \tan \varphi\right)}$$

Es entspricht die Liftspannung  $\sigma_L$  der turbulenzbedingten Druckspannungsdifferenz  $\Delta p$  im Wasser am betrachteten Korn:

$$\sigma_L = Faktor \cdot \Delta p$$

Über die Bernoulligleichung besteht ein Zusammenhang zwischen  $\Delta p$  und  $u'$ :

$$\Delta p \triangleq \rho u'^2$$

Ersetzt man wieder

$$u' = n \cdot u'_{rms}$$

26

Ansatz für  $\sigma_L/\tau$ so wird wegen  $\tau = u^{*2} \cdot \rho$ 

$$\frac{\sigma_L}{\tau} = \text{Zahl} \left( \frac{n \cdot u'_{rms,b}}{u^*} \right)^2$$

Die Zahl läßt sich aus Angaben über die Maximalwerte von  $\sigma_L/\tau$  bei Hinze (1975) und Dittrich (1996) bestimmen und es folgt:

$$\frac{\sigma_L}{\tau} = 0,4 \left( \frac{n \cdot u'_{rms,b}}{u^*} \right)^2$$

27

## 6. Ergebnis für den Beginn der Sedimentbewegung in turbulenter Strömung

$$\tau_c^* = \frac{0,7 \cdot \tan \varphi}{\underbrace{\left( 1 + n \cdot \frac{u'_{rms,b}}{u^*} \frac{u^*}{u_b} \right)^2}_{\text{Einfluß } \tau\text{-Schübe}} \cdot \underbrace{\left( 1 + \frac{1}{2,5} \left( n \cdot \frac{u'_{rms,b}}{u^*} \right)^2 \tan \varphi \right)}_{\text{Einfluß turbulenzbedingte Liftkräfte}}}$$

28

## 7. Einfluß Kohäsionskräfte

Die Wirkung der Kohäsion auf den Beginn der Bewegung ist ähnlich wie die Wirkung einer erhöhten Sediment-Dichte, was man wie folgt ausdrücken kann:

$$\rho_{s,eff} = \rho_s + \rho_{ss}$$

Auf der Grundlage von Meßwerten von Unsöld kann  $\rho_{ss}$  empirisch beschrieben werden durch

$$\rho_{ss} = \frac{3 \cdot 10^{-8} \text{ [kg / m]}}{d^2 \text{ [m}^2\text{]}}$$

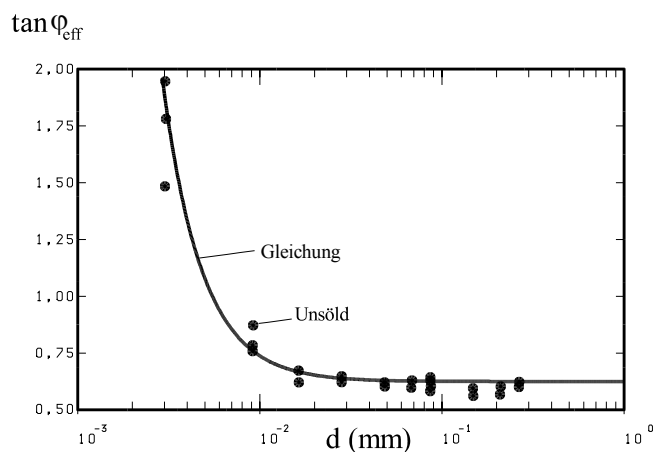
(System Quarzsand-Wasser)

29

Einfluß Kohäsionskräfte

Alternativ kann die Kohäsionswirkung auch durch einen erhöhten Reibungswinkel  $\tan \varphi_{eff} = K \cdot \tan \varphi$

ausgedrückt werden:  $K = \frac{\tan \varphi_{eff}}{\tan \varphi} = \frac{F_{w,eff}}{F_w} = \frac{\rho_s - \rho + \rho_{ss}}{\rho_s - \rho} = \left(1 + \frac{\rho_{ss}}{\rho_s - \rho}\right) = \left(1 + \frac{3 \cdot 10^{-8} \text{ [kg / m]}}{(\rho_s - \rho) \cdot d^2}\right)$



30

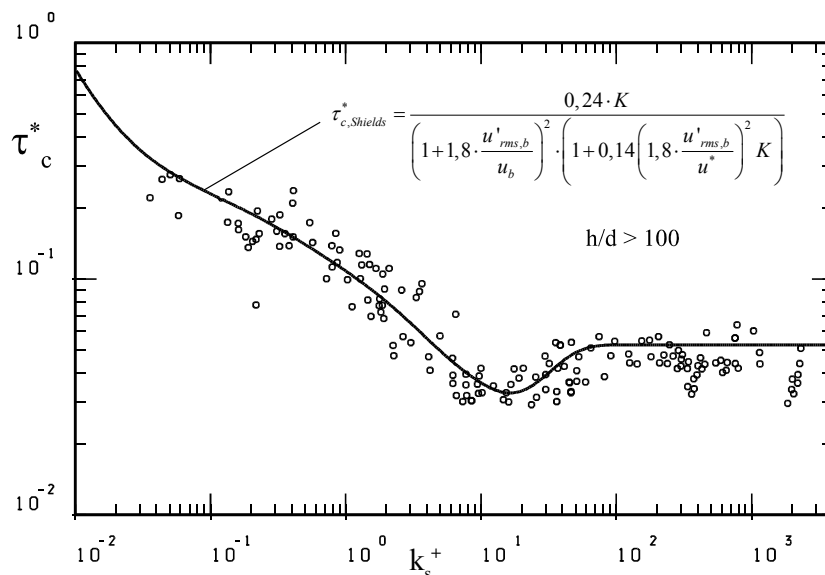
## 8. Parameter für die Shields Kurve

Die Shields-Kurve gibt einen bestimmten Zustand des Bewegungsbeginns wieder, zu dem eine bestimmte Stärke von  $u'$  (gegeben durch  $n \cdot u'_{rms,b}$ ) und ein bestimmter Lagewinkel  $\varphi'$  gehören. Gut repräsentiert wird die Kurve mit  $n = 1,8$  und  $\varphi' = 20^\circ$ . Die Lösung lautet dann

$$\tau_{c,Shields}^* = \frac{0,24 \cdot K}{\left(1 + 1,8 \cdot \frac{u'_{rms,b}}{u_b}\right)^2 \cdot \left(1 + 0,45 \left(\frac{u'_{rms,b}}{u^*}\right)^2 K\right)}$$

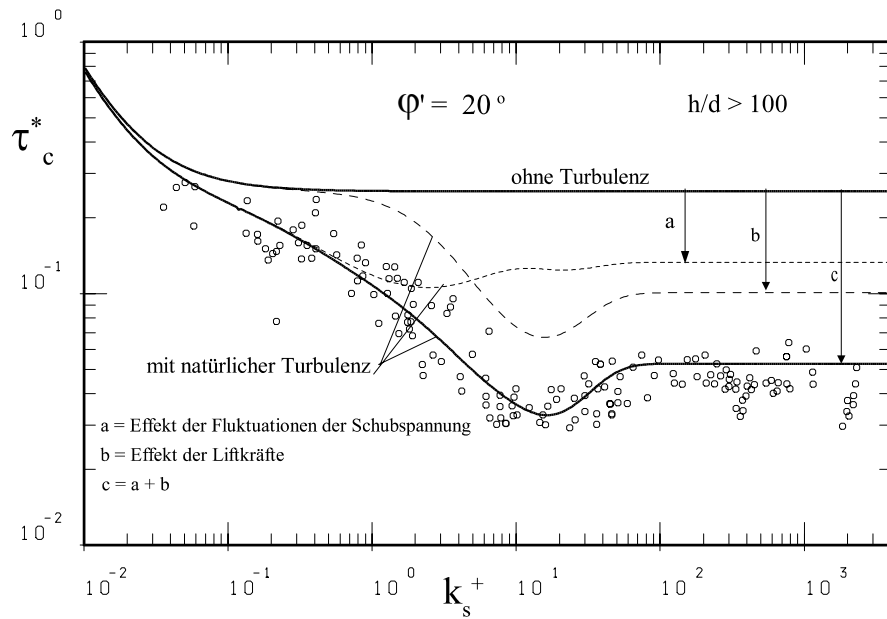
31

Parameter für die Shields Kurve



32

## 9. Wirkungen der Teileinflüsse infolge Turbulenz

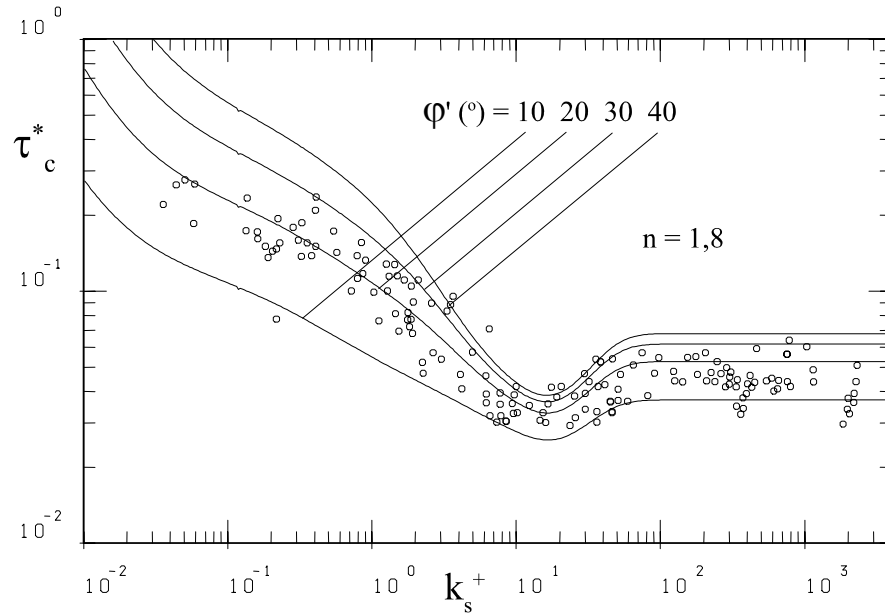


33

## 10. Auswirkungen der verschiedenen Parameter mit Einfluß auf den Beginn der Bewegung

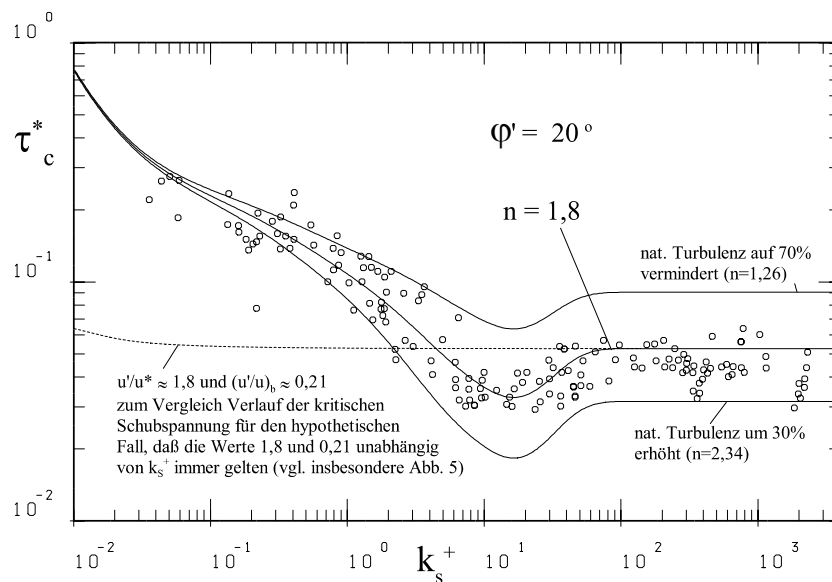
34

## 10.1 Einfluß von $\varphi$



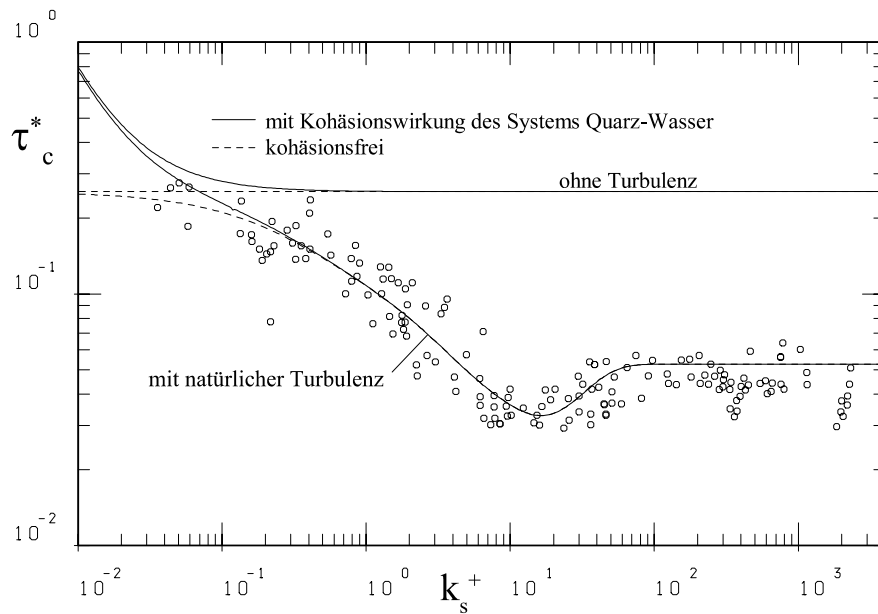
35

## 10.2 Einfluß von $n$



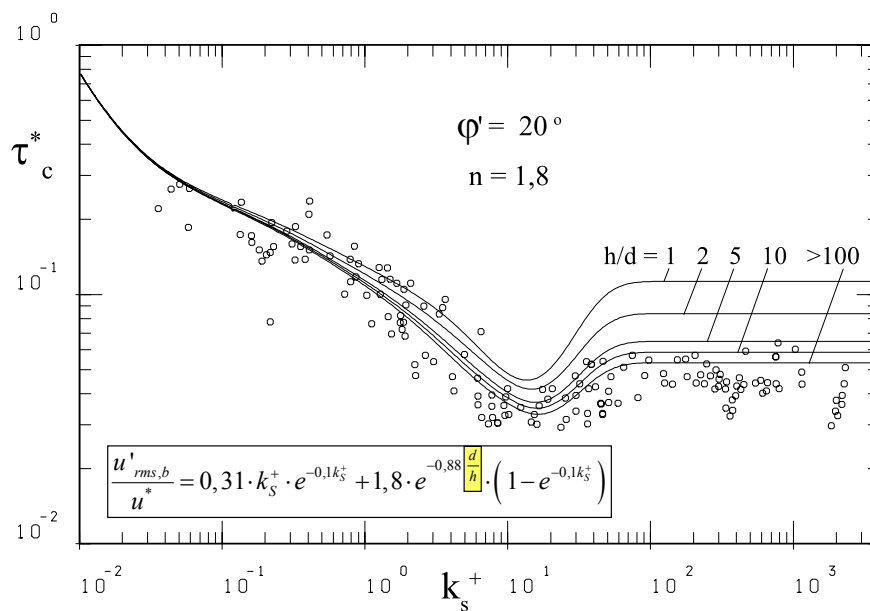
36

### 10.3 Einfluß der Kohäsion



37

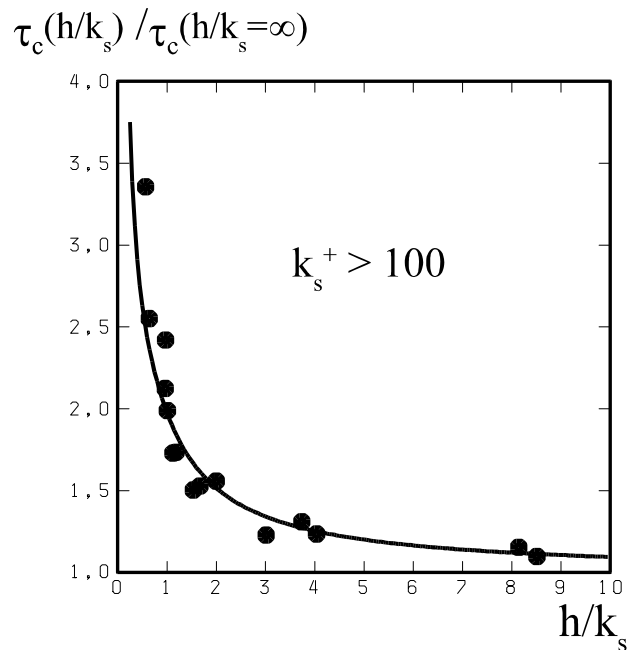
### 10.4 Einfluß der relativen Wasserüberdeckung



38

## 10.4 Einfluß der relativen Wasserüberdeckung

Abhängigkeit der kritischen Schubspannung von der relativen Wassertiefe (= rel. Überdeckung) nach Messungen von Bayazit 1982 (bei Dittrich 1998) sowie nach den hier entwickelten Gleichungen für  $k_s^+ > 100$  berechnet (Kurve)



39

## 11. Dreidimensionale Betrachtung (Luckner 2002)

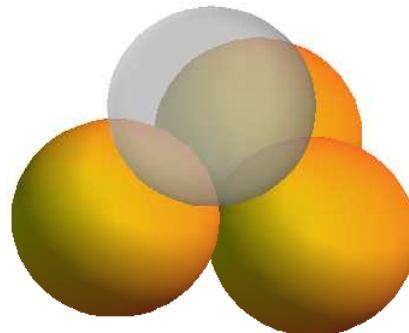
Die vorstehenden Überlegungen basieren auf einer zweidimensionalen Betrachtung. Real sind die Körner dreidimensional gebettet. Dadurch müssen sie sich nicht unbedingt exakt in Strömungsrichtung bewegen, sondern sie können schräg durch die Mulden zwischen zwei Körnern bewegt werden, was bei geringerer Schubkraft möglich ist. Luckner (2002) hat festgestellt, daß die Berücksichtigung dieses Zusammenhanges bei leicht geänderten Werten der Parameter

$\varphi_{\text{maßg.}}$

und

$n$

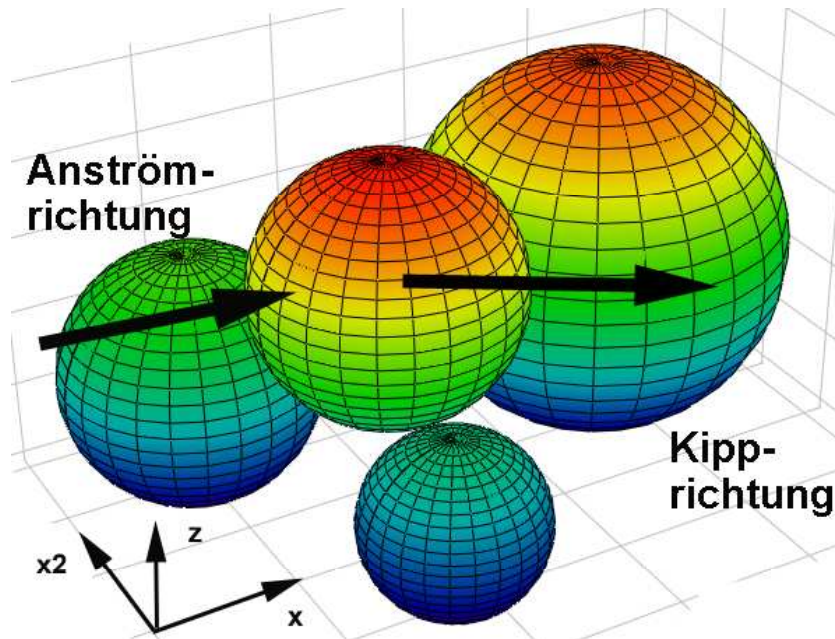
eine sehr ähnliche Lösung liefert:



40



Dreidimensionale Betrachtung (Luckner 2002)



41

Dreidimensionale Betrachtung (Luckner 2002)

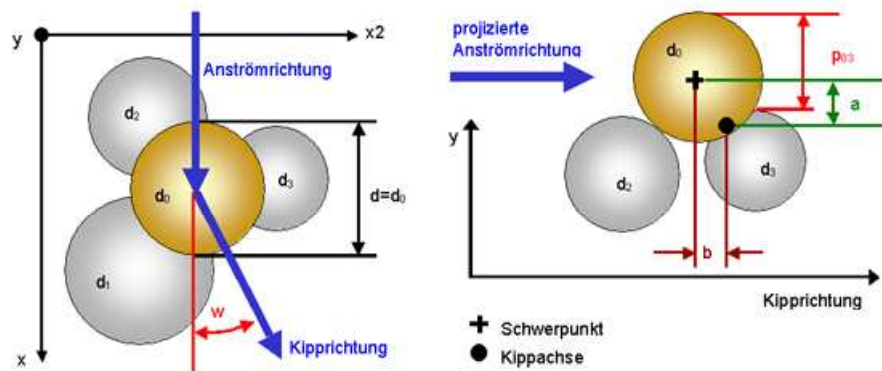


Abb. 3-3: Graphische Darstellung der Parameter a, b, p, d und w am Tetraedermodell

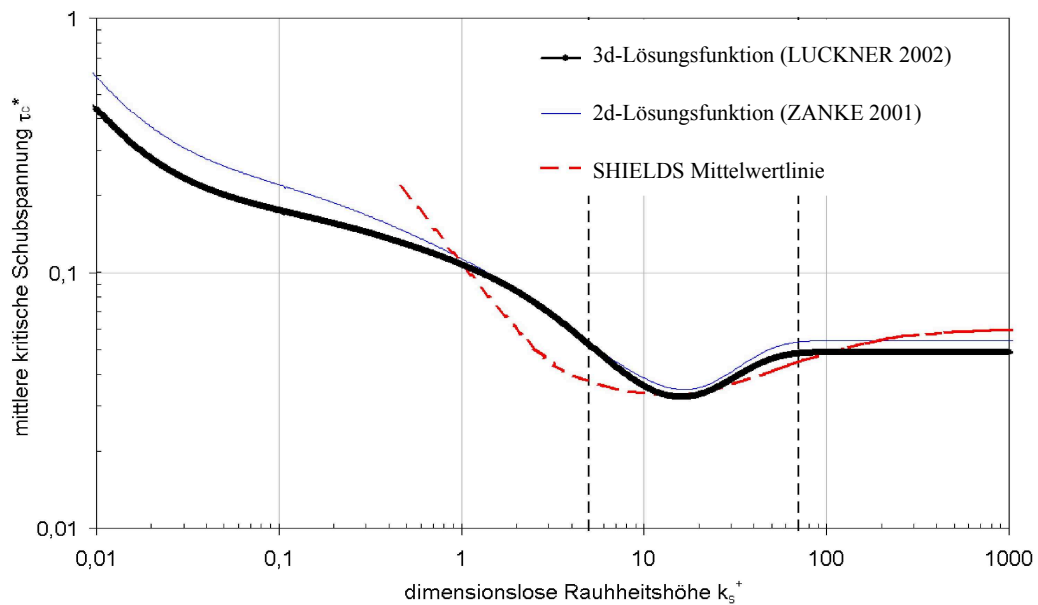
42

Dreidimensionale Betrachtung (Luckner 2002)

Parameter	2d- Ansatz nach ZANKE 2001	3d- Ansatz nach LUCKNER
Lageparameter	$\phi'_{2d} = 20^\circ$	$\phi'_{re} = 38^\circ$ $w_{re} = 0^\circ$ $E_{re} = 0,45$
Flächenmittelung	keine	$Fa_{A,re} = 2,3$
Fluktuationsfaktor	$n = 1,8$	$n = 1,0$
Liftkrafteffekt	$\left(\frac{FL}{FD}\right) = \frac{1}{2,5} \cdot \left(n \cdot \frac{u'_{rms}}{u^*}\right)_b^2$	$\left(\frac{FL}{FD_x}\right)_{eff,re} = \frac{1}{2} \cdot \left(n \cdot \frac{u'_{rms}}{u^*}\right)_b^2$ $+ \frac{E_{re}}{58,6} \cdot \left(\frac{\bar{u}_{y,v}}{u^*}\right)_b^2 \cdot \left(\frac{\bar{u}_{y,v}}{u_{eff}}\right)_b^2$

43

Dreidimensionale Betrachtung (Luckner 2002)



44

